

Quantenstatistik für Teilchen mit einer speziellen Wechselwirkung.

Von G. Heber

Theoretisch-Physikalisches Institut der
Universität Jena

(Z. Naturforschg. 8a, 827 [1953]; eingeg. am 1. Dezember 1953)

Bekanntlich stößt der Aufbau einer Quantenstatistik für Teilchen mit beliebigen, starken Wechselwirkungen auf erhebliche Schwierigkeiten, welche zum Teil darauf beruhen, daß das quantenmechanische Vielteilchenproblem nicht streng lösbar ist. Hier wird gezeigt, daß das statistische Verhalten eines Vielteilchensystemes für gewisse spezielle Wechselwirkungstypen zumindest qualitativ angegeben werden kann. Für quantitative Rechnungen müßte das Wechselwirkungspotential noch weiter spezialisiert werden als hier beabsichtigt ist.

Es liege folgende Wechselwirkungsart vor: Zwischen irgend 2 Teilchen des Systems soll Anziehung herrschen, die zu einer „Molekülbindung“ führen kann. Die Kraft möge weiterhin Absättigungscharakter besitzen, so daß sie nach erfolgter „Molekülbildung“ nach außen hin nicht mehr wirksam ist. Bezüglich der Teilchen soll angenommen werden, daß sie halbzahligen Spin besitzen. Vorläufig denken wir an „Moleküle“ aus je 2 Teilchen, die also ganzzahligen Spin haben müssen.

Welche Vorgänge sind zu erwarten, wenn man ein solches System von hohen Temperaturen (etwa im gasförmigen Zustand) langsam abkühlt? Bei genügend hohen Temperaturen wird das Gas aus einzelnen Teilchen bestehen, für deren Verhalten in gewisser Näherung die Fermi-Statistik zuständig sein dürfte. Bei genügend tiefen Temperaturen andererseits haben sich aus je 2 Teilchen „Moleküle“ gebildet; diese besitzen ganzzahligen Spin, also wird für sie die Bose-Statistik gelten, und zwar in guter Näherung, weil ja die Wechselwirkung zwischen den „Molekülen“ gering sein soll.

Besonders interessant, aber auch besonders kompliziert, ist das Verhalten des Gases in dem Temperaturgebiet, in welchem die „Molekülbildung“ stattfindet. Sei $|B|$ der Betrag der Bindungsenergie eines „Moleküls“, so ist dieses Gebiet durch $kT \approx |B|$ (k = Boltzmann-Konstante, T = absolute Temperatur) festgelegt. In diesem Gebiete vollzieht sich nämlich ein Übergang von Fermi- zu Bose-Statistik. Liegt $|B|/k$ ober-

halb der Entartungstemperatur des betreffenden Gases, so wird man wegen der genäherten Übereinstimmung der beiden Quantenstatistiken keine Besonderheit erwarten. Ist aber $|B|/k$ unterhalb der Entartungstemperatur gelegen, so dürften sich gewisse Anomalien ergeben, welche mit der Verschiedenheit der Verteilungsfunktionen der beiden Quantenstatistiken bei tiefen Temperaturen zusammenhängen. Bei Bildung eines „Moleküles“ aus 2 Teilchen wird dann im allgemeinen nicht nur die Bindungsenergie B frei, sondern außerdem ein Energiebetrag, welcher daher rührt, daß diese „Moleküle“ die tiefen Zustände der Translation usw. beliebig oft besetzen dürfen, also aus höheren Zuständen, in denen sie ja sicher zum Teil gebildet werden, in tiefere übergehen können. Mit einer solchen „Molekülbildung“ sollte also eine anomal große Bildungswärme einhergehen. Außerdem ist natürlich ein komplizierteres Verhalten des Gases in diesem Zwischengebiet wegen seiner Zusammensetzung aus Bose- und Fermi-Teilchen zu erwarten. Obige Überlegungen lassen sich sofort sinngemäß auf die Fälle übertragen, in welchen die Absättigung der Kräfte erst dann eintritt, wenn mehr als 2 Teilchen zu einem „Molekül“ zusammengetreten sind.

Sehen wir uns in der Natur nach Beispielen für Prozesse der beschriebenen Art um, so stoßen wir auf die folgende Schwierigkeit: Da die „Moleküle“ sich aus Teilchen halbzahligen Spins aufbauen sollen, kommen vor allem valenzgebundene Moleküle im gewöhnlichen Sinne in Frage, welche auch die Forderung der Absättigung gut erfüllen. Bei diesen ist jedoch $|B|$ gewöhnlich so groß, daß die zugehörige Temperatur weit über der Entartungstemperatur (unter normalen Bedingungen) liegt. Dies ist selbst für das leichteste in Frage kommende Molekül im gewöhnlichen Sinne, D_2 , noch der Fall.

Dagegen hält es Verf. nicht für ausgeschlossen, daß der beschriebene Vorgang sich im Elektronengas mancher Metalle bei tiefen Temperaturen (unterhalb der Entartungstemperatur) vollzieht und dort in enger Beziehung zum Phänomen der Supraleitung steht. Um hierüber genaueres sagen zu können, muß natürlich zunächst geklärt werden, ob neben der Coulomb-Abstoßung zwischen Metallelektronen bei tiefen Temperaturen genügend starke anziehende Kräfte wirksam sind, welche außerdem Absättigungscharakter besitzen. Untersuchungen in dieser Richtung sind am hiesigen Institut im Gange.